

## Fiche méthode : Modéliser une expérience aléatoire.

Se poser dans l'ordre les questions suivantes :

1. Quel est le modèle de tirage ? (voir plus bas les schémas d'urnes)
2. Du 1. déduire ce qu'est une issue possible.
3. Quel est le cardinal de  $\Omega$  ? Donc combien y a-t-il d'issues possibles ?
4. Peut-on faire l'hypothèse d'équiprobabilité et munir  $\Omega$  de la probabilité uniforme ?
5. Dans le cas où l'on étudie une variable aléatoire, quel est l'univers image  $X(\Omega)$  ?
6. Déterminer le cardinal de l'événement qui vous intéresse : si la réponse à la 4. est oui faire le quotient habituel...

Schémas d'urnes : les modèles de tirage.

Principe : la plupart des expériences aléatoires courantes peuvent être modélisées par un tirage de  $p$  boules dans une urne qui en contient  $n$  numérotées de 1 à  $n$ .  $n$  et  $p$  sont dans  $\mathbb{N}^*$ .

Modèle 1 : le tirage **successif avec remise**. Pas de condition sur  $n$  et  $p$ .

- a) Une éventualité ou une issue possible est un ensemble ORDONNÉ ayant  $p$  éléments (boules) qu'on note  $(e_1, \dots, e_p)$ . Ces  $p$  éléments (boules) ne sont pas forcément distincts.  
Remarque : A plus haut niveau un tel ensemble est appelé  $p$ -liste.
- b)  $\Omega$  est l'ensemble de toutes les issues possibles et on a toujours : **Card ( $\Omega$ ) =  $n^p$** .
- c) Si on suppose l'équiprobabilité dans  $\Omega$  alors chaque événement élémentaire a une probabilité de :  $\frac{1}{n^p}$

Modèle 2 : le tirage **successif** (donc l'ordre a de l'importance) **sans remise**.

Forcément on a :  **$n \geq p$**

- a) Une éventualité ou une issue possible est un ensemble ORDONNÉ ayant  $p$  éléments (boules) qu'on note  $(e_1, \dots, e_p)$ . Ces  $p$  éléments (boules) sont **forcément distincts**.  
Remarque : A plus haut niveau un tel ensemble est appelé arrangement de taille  $p$ .
- b)  $\Omega$  est l'ensemble de toutes les issues possibles et on a toujours :  
**card( $\Omega$ ) =  $n \times (n-1) \times \dots \times (n-p+1)$** .
- c) Si on suppose l'équiprobabilité dans  $\Omega$  alors chaque événement élémentaire a une probabilité de :  $\frac{1}{n \times (n-1) \times \dots \times (n-p+1)}$

Modèle 3 : le tirage simultané (donc l'ordre n'a pas d'importance). Forcément on a :  **$n \geq p$**

- a) Une issue possible est un sous-ensemble NON ORDONNÉ de  $p$  éléments (boules) pris parmi les  $n$  éléments, qu'on note  $\{e_1, \dots, e_p\}$ . Ces  $p$  éléments (boules) sont **forcément distincts**.  
Un tel ensemble est appelé une combinaison de taille  $p$ .
- b)  $\Omega$  est l'ensemble de toutes les issues possibles et on a toujours :  
**card ( $\Omega$ ) =  $\frac{n \times (n-1) \times \dots \times (n-p+1)}{p \times (p-1) \times (p-2) \times \dots \times 1}$**
- c) Si on suppose l'équiprobabilité dans  $\Omega$  alors chaque événement élémentaire a une probabilité de :  $\frac{1}{\text{card}(\Omega)}$ .